(注)最後の答は、原則として3桁で記すことにする。

1.5A 力学的エネルギー(その1) — 仕事と力学的エネルギー $\boxed{A}$

68. (1) $W = Fx = 19.6\,N \times 1.2\,m$
$= 23.52\,J = 23.5\,J$

重力方向には物体は動いていないので、重力がした仕事は 0.00 J

(2) $W = Fy = mgy = 0.20\,kg \times 9.8\,m/s^2 \times 1.2\,m$
$= 2.352\,J = 2.35\,J$

(3) $W = mgy = 0.20\,kg \times 9.8\,m/s^2 \times (-1.2\,m)$
$= -2.352\,J = -2.35\,J$

(重力の向きとは逆向きに動かしたので、$y<0$)

69. 仕事率 $P = Fv = 2\times10^5\,N \times 40\,m/s$
$= 8\times10^6\,W = 8.00\times10^6\,W$

70. $1\,kWh = 1000\,Wh$
$= 1000\,W \times 60\times60\,s$
$= 3.6\times10^6\,J = 3.60\times10^6\,J$

71. $K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}\times 2\,kg \times (5\,m/s)^2$
$= 25\,J = 25.0\,J$

72. (1) $K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}\times 2000\,kg \times (340\,m/s)^2$
$= 1.156\times10^8\,J = 1.16\times10^8\,J$

(2) $U = mgh = 2000\,kg \times 9.8\,m/s^2 \times 3000\,m$
$= 5.88\times10^7\,J$

73. $\Delta K = \frac{1}{2}mv'^2 - \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(v'^2 - v^2)$
$= \frac{1}{2}\times 0.030\,kg \times ((-0.14\,m/s)^2 - (0.20\,m/s)^2)$
$= -3.06\times10^{-4}\,J$

失われた運動エネルギーは、$3.06\times10^{-4}\,J$

74. (1) $|F| = kx$

$$\therefore k = \frac{|F|}{x} = \frac{mg}{x} = \frac{0.1\,kg \times 9.8\,m/s^2}{0.2\,m}$$

$$= 4.9\ N/m = 4.90\ N/m$$

(2) $U = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2} \times 4.9\ N/m \times (0.2\,m)^2$

$$= 0.098\ J$$

$$= 0.0980\ J$$

1.5A 力学的エネルギー(その1) — 仕事と力学的エネルギー $\boxed{B}$

75.(1) $v^2 - v_0^2 = 2ax$ で $v_0 = 0\ m/s$

よって，加速度 $a = \dfrac{v^2}{2x} = \dfrac{(6.0\ m/s)^2}{2 \times 5.0\ m} = 3.6\ m/s^2 = 3.60\ m/s^2$

したがって，力 $F = ma = 5.0\ kg \times 3.6\ m/s^2$

$= 18\ N = 18.0\ N$

(2) 仕事 $W = Fx = 18\ N \times 5.0\ m$

$= 90\ J = 90.0\ J$

(3) $v = v_0 + at$ で $v_0 = 0\ m/s$

$\therefore t = \dfrac{v}{a} = \dfrac{6.0\ m/s}{3.6\ m/s^2} = 1.6666\cdots\ s$

仕事率 $P = \dfrac{W}{t} = \dfrac{90\ J}{1.6666\ s}$

$= 54.002\cdots\ W = 54.0\ W$

$\left(P = \dfrac{W}{t} = \dfrac{W}{\frac{v}{a}} = \dfrac{Wa}{v} = \dfrac{90\ J \times 3.6\ m/s^2}{6.0\ m/s} = 54\ W = 54.0\ W \right)$

76. $y = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$ より，1秒後の高さ $y_1 = 9.8\ m/s \times 1\ s - \frac{1}{2} \times 9.8\ m/s^2 \times (1\ s)^2 = 4.9\ m$

2秒後の高さ $y_2 = 9.8\ m/s \times 2\ s - \frac{1}{2} \times 9.8\ m/s^2 \times (2\ s)^2 = 0\ m$

3秒後の高さ $y_3 = 9.8\ m/s \times 3\ s - \frac{1}{2} \times 9.8\ m/s^2 \times (3\ s)^2 = -14.7\ m$

重力のした仕事は，鉛直上向きを正として，

0〜1秒 $W_1 = m(-g)(y_1 - y_0) = 2\ kg \times (-9.8\ m/s^2) \times (4.9\ m - 0\ m) = -96.04\ J = -96.0\ J$

(0秒のときの高さを $y_0 = 0\ m$ とした)

1〜2秒 $W_2 = m(-g)(y_2 - y_1) = 2\ kg \times (-9.8\ m/s^2) \times (0\ m - 4.9\ m) = 96.04\ J = 96.0\ J$

2〜3秒 $W_3 = m(-g)(y_3 - y_2) = 2\ kg \times (-9.8\ m/s^2) \times (-14.7\ m - 0\ m) = 288.12\ J$

$= 288\ J$

77. $K = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \times 1\ t \times (8\ km/s)^2 = \frac{1}{2} \times 1000\ kg \times (8000\ m/s)^2$

$= 3.2 \times 10^{10}\ J = 3.20 \times 10^{10}\ J$

$W = mgh = K$

$\therefore h = \dfrac{K}{mg} = \dfrac{3.2 \times 10^{10}\ J}{100\ t \times 9.8\ m/s^2} = \dfrac{3.2 \times 10^{10}\ J}{100000\ kg \times 9.8\ m/s^2}$

$= 3.2653\cdots \times 10^4\ m$

$= 3.27 \times 10^4\ m$

78. (A) ⑯ (C)までであれば、(A)⑨ (B)⑯ でもよいが、(D)以下により
(B) ⑨ (A)⑯ (B)⑨ となる。

(C) ③

(D) ⑮ $F = m\alpha = m\left(\dfrac{v^2}{2s}\right)$

(E) ⑤ $K = Fs = m\left(\dfrac{v^2}{2s}\right)s = \dfrac{1}{2}mv^2$

(F) ⑥ 仕事 = 力 × 移動距離 = Wh

(G) ⑪ $W = mg$

(H) ⑧ $U = Wh = mgh$

79. (1) $ma = F$ より $a = \dfrac{F}{m} = \dfrac{10\,\mathrm{N}}{5\,\mathrm{kg}}$

$= 2\,\mathrm{m/s^2} = 2.00\,\mathrm{m/s^2}$

(2) 原点に達する2秒前の速度を v_{-2}, 位置を x_{-2} とする。

$v = v_0 + at$ を用いて、

$v_{-2} = 0\,\mathrm{m/s} + 2\,\mathrm{m/s^2} \times (-2\,\mathrm{s})$

$= -4\,\mathrm{m/s} = -4.00\,\mathrm{m/s}$

$x = v_0 t + \dfrac{1}{2}at^2$ を用いて、

$x_{-2} = 0\,\mathrm{m/s} \times (-2\,\mathrm{s}) + \dfrac{1}{2} \times 2\,\mathrm{m/s^2} \times (-2\,\mathrm{s})^2$

$= 4\,\mathrm{m} = 4.00\,\mathrm{m}$

(3) 原点に達した後、4秒後の速度を v_4 とする。

$v_4 = v_0 + at = 0\,\mathrm{m/s} + 2\,\mathrm{m/s^2} \times 4\,\mathrm{s} = 8\,\mathrm{m/s} = 8.00\,\mathrm{m/s}$

運動エネルギー $K_4 = \dfrac{1}{2}mv_4^2 = \dfrac{1}{2} \times 5\,\mathrm{kg} \times (8\,\mathrm{m/s})^2$

$= 160\,\mathrm{J}$

(4) 2秒前の運動エネルギー $K_{-2} = \dfrac{1}{2}mv_{-2}^2 = \dfrac{1}{2} \times 5\,\mathrm{kg} \times (-4\,\mathrm{m/s})^2 = 40\,\mathrm{J}$

求める仕事は

$K_4 - K_{-2} = 160\,\mathrm{J} - 40\,\mathrm{J}$

$= 120\,\mathrm{J}$

1.5B 力学的エネルギー(その2) ― 力学的エネルギー保存の法則 $\boxed{A}$

80. (1) $mgh = \frac{1}{2}mv^2 = K$ (運動エネルギー)

$$\therefore h = \frac{K}{mg} = \frac{490\,\mathrm{J}}{10\,\mathrm{kg} \times 9.8\,\mathrm{m/s^2}}$$

$$= 5\,\mathrm{m} = 5.00\,\mathrm{m}$$

(2) $mgh = \frac{1}{2}mv^2$ (力学的エネルギー保存の法則)

$$\therefore h = \frac{v^2}{2g} = \frac{(9.8\,\mathrm{m/s})^2}{2 \times 9.8\,\mathrm{m/s^2}}$$

$$= 4.9\,\mathrm{m} = 4.90\,\mathrm{m}$$

81. (1) $K = \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2} \times 0.1\,\mathrm{kg} \times (20\,\mathrm{m/s})^2$

$= 20\,\mathrm{J} = 20.0\,\mathrm{J}$ (運動エネルギー)

$U = mgh = 0.1\,\mathrm{kg} \times 9.8\,\mathrm{m/s^2} \times 10\,\mathrm{m}$

$= 9.8\,\mathrm{J} = 9.80\,\mathrm{J}$ (位置エネルギー)

(2) 1秒後の速度を v_1 とすると.

$$v_1 = v_0 - gt = 20\,\mathrm{m/s} - 9.8\,\mathrm{m/s^2} \times 1\,\mathrm{s}$$

$$= 10.2\,\mathrm{m/s}$$

1秒後の運動エネルギー $K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2} \times 0.1\,\mathrm{kg} \times (10.2\,\mathrm{m/s})^2$

$= 5.202\,\mathrm{J} = 5.20\,\mathrm{J}$

1秒後の位置エネルギーを U_1 とすると, 力学的エネルギー保存の法則より

$$K + U = K_1 + U_1$$

$$\therefore U_1 = K + U - K_1 = 20\,\mathrm{J} + 9.8\,\mathrm{J} - 5.202\,\mathrm{J}$$

$$= 24.598\,\mathrm{J} = 24.6\,\mathrm{J}$$

(3) 最高点Hでは運動エネルギー 0 J. 力学的エネルギー保存の法則より

$$mgH = K + U$$

$$\therefore H = \frac{K+U}{mg} = \frac{20\,\mathrm{J} + 9.8\,\mathrm{J}}{0.1\,\mathrm{kg} \times 9.8\,\mathrm{m/s^2}}$$

$$= 30.408\,\mathrm{m}$$

$$= 30.4\,\mathrm{m}$$

((4)は次頁)

81. (4) 地面では位置エネルギー 0J.

地面に衝突する瞬間の速さを V とすると，力学的エネルギー保存の法則より

$$\frac{1}{2}mV^2 = K+U$$

$$\therefore\ V^2 = \frac{2(K+U)}{m}$$

$$\therefore\ V = \sqrt{\frac{2(K+U)}{m}} = \sqrt{\frac{2\times(20\,\mathrm{J}+9.8\,\mathrm{J})}{0.1\,\mathrm{kg}}}$$

$$= 24.413\cdots\ \mathrm{m/s} = 24.4\ \mathrm{m/s}$$

82. (1) $K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}\times 3\,\mathrm{kg}\times(2\,\mathrm{m/s})^2$

$$= 6\ \mathrm{J} = 6.00\ \mathrm{J}$$

(2) [停止させるために力がする仕事]=[力が加えられる前の運動エネルギー]

であるから，(力学的エネルギー保存の法則)

$$W = Fx = \frac{1}{2}mv^2 = K$$

$$\therefore\ F = \frac{K}{x} = \frac{6\,\mathrm{J}}{4\,\mathrm{m}}$$

$$= 1.5\ \mathrm{N} = 1.50\ \mathrm{N}$$

(3) 加える仕事 (18J) を W'，求める速さを v' とすると，力学的エネルギー保存の法則より，

$$\frac{1}{2}mv'^2 = K+W'$$

$$\therefore\ v' = \sqrt{\frac{2(K+W')}{m}} = \sqrt{\frac{2\times(6\,\mathrm{J}+18\,\mathrm{J})}{3\,\mathrm{kg}}}$$

$$= 4\ \mathrm{m/s} = 4.00\ \mathrm{m/s}$$

※ 18J の仕事がすべて運動エネルギーに変化したと考え，この運動エネルギーに相当する速さ v'' を求める.

$$\frac{1}{2}mv''^2 = W$$

$$\therefore\ v'' = \sqrt{\frac{2W}{m}} = \sqrt{\frac{2\times 18\,\mathrm{J}}{3\,\mathrm{kg}}} = 2\sqrt{3}\ \mathrm{m/s}$$

$$v + v'' = (2+2\sqrt{3})\ \mathrm{m/s} \neq v' = 4\ \mathrm{m/s}$$

となり，正しい答えが得られない. どこが間違いなのだろうか.

各自考えてみよ. ※

83. (1) 力学的エネルギー保存の法則により，A点でもっていた位置エネルギーに相当するエネルギーがすべて B点では運動エネルギーとなっている。

$$mgh_A = \frac{1}{2}mv_B^2$$
(A点)　(B点)

$$mgh_A = 2\,\mathrm{kg} \times 9.8\,\mathrm{m/s^2} \times 2.5\,\mathrm{m} = 49\,\mathrm{J}$$

よって，B点では，49.0 Jの運動エネルギーをもっている。

(2) 力学的エネルギー保存の法則より

$$\frac{1}{2}mv_B^2 = mgh_C + \frac{1}{2}mv_C^2$$

$$\therefore \frac{1}{2}mv_C^2 = \frac{1}{2}mv_B^2 - mgh_C$$

$$\text{右辺} = 49\,\mathrm{J} - 2\,\mathrm{kg} \times 9.8\,\mathrm{m/s^2} \times 1\,\mathrm{m}$$

$$= 29.4\,\mathrm{J}$$

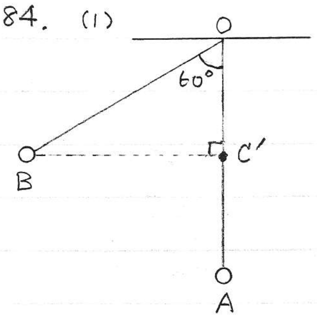
$$\therefore v_C^2 = \frac{2 \times 29.4\,\mathrm{J}}{m} = \frac{2 \times 29.4\,\mathrm{J}}{2\,\mathrm{kg}} = 29.4\,(\mathrm{m/s})^2$$

$$\therefore v_C = \sqrt{29.4}\ \mathrm{m/s} = 5.4221 \cdots \mathrm{m/s}$$

$$= 5.42\ \mathrm{m/s}$$

1.5B 力学的エネルギー(その2) ―― 力学的エネルギー保存の法則 $\boxed{B}$

84. (1)



糸の長さを l (= 40 cm = 0.40 m) とすると，最下点 A からの B の高さ h は

$h = OA - OC'$　　(C′ は B から OA に下ろした垂線の足)

$= l - l\cos 60^\circ$

$= \frac{1}{2}l$

(C′ は OA の中点 C と一致することがわかる)

力学的エネルギー保存則により

$$mg \cdot \frac{l}{2} = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\therefore\ v = \sqrt{gl} = \sqrt{9.8\,\mathrm{m/s^2} \times 0.40\,\mathrm{m}}$$

$$= 1.9798\cdots\,\mathrm{m/s} = 1.98\,\mathrm{m/s}$$

(2) 最高点を H とすると，力学的エネルギー保存則により

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgH$$

$$\therefore\ H = \frac{v^2}{2g} = \frac{gl}{2g} = \frac{1}{2}l$$

よって，C の位置まで上がる。

85. (1) $U = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2} \times 100\,\mathrm{N/m} \times (0.10\,\mathrm{m})^2$

$= 0.5\ \mathrm{J} = 0.500\ \mathrm{J}$

(2) 力学的エネルギー保存則により

$$\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\therefore\ v = \sqrt{\frac{k}{m}}\,x = \sqrt{\frac{100\,\mathrm{N/m}}{0.25\,\mathrm{kg}}} \times 0.10\,\mathrm{m}$$

$$= 2\,\mathrm{m/s} = 2.00\,\mathrm{m/s}$$

(3) 力学的エネルギー保存則より，求める速さを v'，そのときのばねの伸びを x' (= 0.06 m) とすると，

$$\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kx'^2 + \frac{1}{2}mv'^2$$

$$\therefore\ v'^2 = \frac{k}{m}(x^2 - x'^2)$$

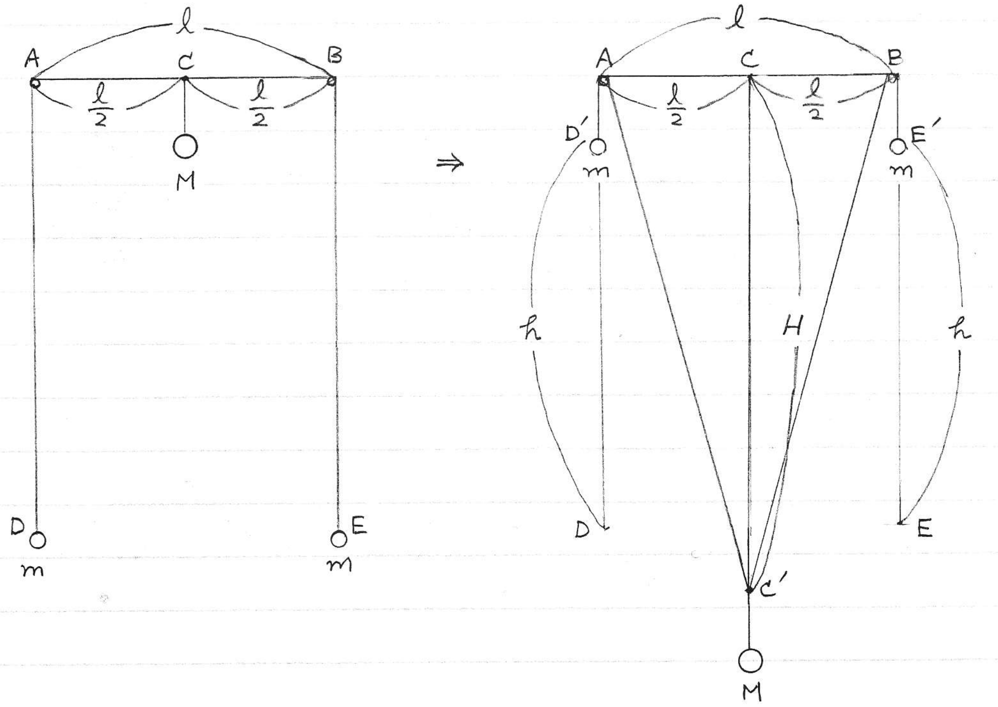
$$\therefore\ v' = \sqrt{\frac{k}{m}(x^2 - x'^2)} = \sqrt{\frac{100\,\mathrm{N/m}}{0.25\,\mathrm{kg}}\left((0.10\,\mathrm{m})^2 - (0.06\,\mathrm{m})^2\right)}$$

$$= 1.6\ \mathrm{m/s}$$

$$= 1.60\ \mathrm{m/s}$$

1.5B 力学的エネルギー(その2) —— 力学的エネルギー保存の法則 $\boxed{C}$

86.



上図のように 2つのおもり m がそれぞれ h だけ上昇し，おもり M が H だけ下降したとする．上左図，上右図ともに静止していると考えられるので，2つのおもり m が得た位置エネルギーの分だけ，おもり M の位置エネルギーが減少する．（力学的エネルギー保存則）
よって，

$$2mgh = MgH \quad \text{----①}$$

が成り立つ．また，上右図より

$$\frac{l}{2} + h = \sqrt{\left(\frac{l}{2}\right)^2 + H^2} \quad \text{----②}$$

である．（$AC + DD' = AC'$ である．ずれた糸の長さを考えるとこの式が成り立つ）

①より $h = \dfrac{M}{2m}H$

②に代入して，

$$\frac{l}{2} + \frac{M}{2m}H = \sqrt{\left(\frac{l}{2}\right)^2 + H^2}$$

両辺2乗して，H でくくると

$$H\left\{\left(1-\left(\frac{M}{2m}\right)^2\right)H - \frac{M}{2m}l\right\} = 0$$

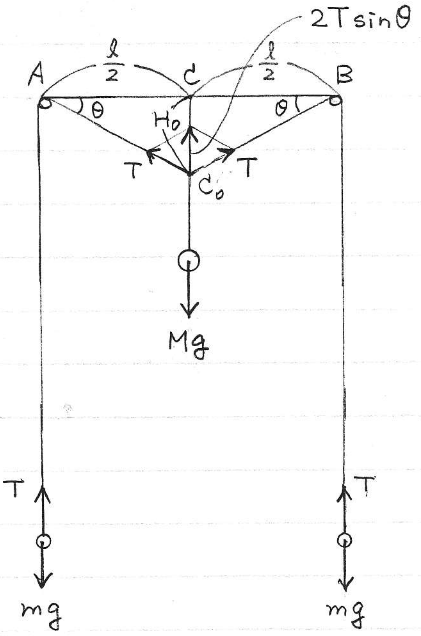
$H \neq 0$ であるから

$$H = \frac{\frac{M}{2m}}{1-\left(\frac{M}{2m}\right)^2}l = \frac{\frac{75\,g}{2\times 50\,g}}{1-\left(\frac{75\,g}{2\times 50\,g}\right)^2}\times 2\,m = 3.4285\cdots m = 3.43\,m$$

※ $\dfrac{M}{2m}$ は分子，分母ともに同じ質量の単位で値を代入すれば単位が消えるので，kg に直さず g（グラム）のまま代入すればよい．

※（続く）

86. [補足] 問題の解答としては，前頁で終わっているが，少し補足しておく．
この問題を，「中央のおもりを下から支えながら，ゆっくりと降下させていくと，ある位置で力のつり合いが生じて，それ以上は降下せずに止まる．その位置（初めの位置からの降下距離）を求めよ」としてみる．以下に解答を示す．



糸の張力をTとして，力のつり合いを考える．

$$\begin{cases} mg = T & \cdots\cdots ① \\ Mg = 2T\sin\theta & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

①を②に代入して

$$Mg = 2(mg)\sin\theta$$

$$\therefore \sin\theta = \frac{M}{2m}$$

一方，$\sin\theta = \dfrac{H_0}{\sqrt{\left(\frac{l}{2}\right)^2 + H_0^2}}$ であるから，

$$\frac{M}{2m} = \frac{H_0}{\sqrt{\left(\frac{l}{2}\right)^2 + H_0^2}}$$

これを H_0 について解くと

$$H_0 = \sqrt{\frac{M^2}{(2m)^2 - M^2}} \cdot \frac{l}{2}$$

$$= \sqrt{\frac{(75g)^2}{(2\times 50g)^2 - (75g)^2}} \times \frac{2m}{2} = 1.1338\cdots m = 1.13\,m$$

となって，前頁の結果（3.43m）とは異なる値となる．

中央のおもりは次のように運動すると考えられる．
Cから，下から支えることなく運動を始めると，つり合いの点 C_0 を通り過ぎ，最下点 C' に達すると，上昇を始め C_0 を通り過ぎ Cに達する．これを繰り返す．すなわち振動する．
ただし，ばねの振動であれば $CC_0 = C_0C'$ となるが，この振動では $CC_0 \neq C_0C'$ である．
これは，おもりに作用する張力が，ばねの力のように簡単な式では表されないことによる．
なお，実際に簡単な装置で実験してみると，釘A，Bと糸との摩擦力が大きく振動はほとんど起こらないようである．MとMの比をいろいろ変えた上で，Mをかなり下に引っ張って放すと上昇して C_0 を越えた後，下降した．定性的には少しだけ確められた．
（$l = 30$cm，$m \cong 15$g，$M \cong 10$g，Cから14cm以上下げて手を放したときの結果）

（[補足] 終わり）

87. (1) RからQまでの運動で，力学的エネルギー保存則より，

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 \qquad \therefore\ v^2 = 2gh \qquad (\text{Qでの速さ}) \qquad \text{----①}$$

QからRまでの運動で，QからRまでの時間をtとして，

水平方向の移動距離　$l = vt$ ----②

鉛直方向の移動距離　$H = \frac{1}{2}gt^2$ ----③

②より　$t = \frac{l}{v}$

③に代入　$H = \frac{1}{2}g\left(\frac{l}{v}\right)^2$

①を代入　$H = \frac{1}{2}g\frac{l^2}{2gh}$

$\therefore\ l = 2\sqrt{hH}$

(2) 表のhとHから (1)の式を用いてlを計算すると（計算結果をl′とする），

第1回　$l' = 2\sqrt{0.20\,\mathrm{m} \times 0.45\,\mathrm{m}} = 0.6\,\mathrm{m} = 0.600\,\mathrm{m}$

第2回　$l' = 2\sqrt{0.40\,\mathrm{m} \times 0.90\,\mathrm{m}} = 1.2\,\mathrm{m} = 1.20\,\mathrm{m}$

誤差（相対誤差）は，

第1回　$\left|\frac{l - l'}{l'}\right| = \left|\frac{0.57\,\mathrm{m} - 0.60\,\mathrm{m}}{0.60\,\mathrm{m}}\right| = 0.05 = 5\,\% = 5.00\,\%$

第2回　$\left|\frac{l - l'}{l'}\right| = \left|\frac{1.15\,\mathrm{m} - 1.20\,\mathrm{m}}{1.20\,\mathrm{m}}\right| = 0.041666\cdots = 0.0417 = 4.17\,\%$